Ministerstwo Nauki
i Szkolnictwa Wyższego

Digitalizacja archiwalnych numerów czasopisma naukowego Analecta Cracoviensia 1–24 (1969–1992) i ich publikacja w otwartym dostępie – zadanie finansowane w ramach umowy 672/P-DUN/2017 ze środków Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego przeznaczonych na działalność upowszechniającą naukę

KS. JÓZEF ŻYCIŃSKI

ROZWINIĘCIE CAUCHY'EGO W KOSMOLOGII A ZASADA DETERMINISTYCZNEJ INTERPRETACJI ZJAWISK

Wyrazem przekonań o możliwości deterministycznej interpretacji przyrody, popularnych w przeszłości wśród materialistów mechanistycznych, było podtrzymywanie tezy Laplace'a głoszącej, iż na podstawie znajomości obecnego stanu układu U i praw jego ewolucji P możliwe jest określenie wszystkich, zarówno przeszłych, jak i przyszłych stanów U. Współcześnie teza ta w predykcyjnej wersji uznawana jest *implicite* w naukach przyrodniczych, gdzie w przypadkach prognoz na podstawie znajomości układu w chwili t_m określa się jego przyszły stan t_n. ($n > m$). Odnosząc prawa ewolucji do konkretnego układu fizycznego, charakteryzowanego przez parametry p, r, s ..., można wtedy przewidzieć, że na określonym etapie ewolucji układ ten charakteryzowany będzie przez paramety p_1, r_1, s_1 ...

$$\bigwedge U \bigwedge P : S_m(p, r, s \ldots) \rightarrow S_n(p_1, r_1, s_1 \ldots)$$

Obok predykcyjnych wersji zasady, gdy w oparciu o znajomość stanu teraźniejszego rozwijano prognozy odnośnie stanów przyszłych, w wielu przypadkach stosuje się także jej postdykcyjny wariant, kiedy drogą rozumowania redukcyjnego na podstawie znajomości późniejszych stadiów ewolucji usiłuje się określać ich antecedensy zjawiskowe. Drugi z wymienionych wariantów zasady deterministycznej interpretacji zjawisk uznawany jest przez autorów marksistowskich za ważne kryterium przy selekcji hipotez przyrodniczych. Dla przykładu, Zdzisław Augustynek w swej krytyce hipotez kosmologicznych, w których uznaje się osobliwość początkową za absolutnie pierwszy stan materii, argumentuje, iż hipotezy te muszą zostać odrzucone, gdyż łamią one zasadę deterministycznej interpretacji zjawisk, nie wyjaśniając osobliwego stanu materii przez odwołanie do stanu uprzedniego i do odpowiednich praw ewolucji [1].

Nasuwa się pytanie, czy stanowisko takie nie jest wynikiem *sui generis* optymizmu poznawczego dopuszczalnego w czasach Laplace'a, lecz mało krytycznego współcześnie. Odkrycia fizyki mikrokosmosu, a zwłaszcza sformułowanie zasady nieokreśloności Heisenberga, stonowały ów optymizm wskazując, iż w pewnych przypadkach zasada deterministycznej interpretacji zjawisk może być pustospełniona [2], gdyż niemożliwe jest scharakteryzowanie z dowolną dokładnością obecnego stanu układu. W artykule niniejszym wykazuję natomiast, iż w analizach kosmologicznych, nawet jeśli znany jest dokładnie obecny stan układu, niemożliwe jest w pewnych przypadkach określenie na jego podstawie stanu przyszłego.

*

1. Stosując przy rozwiązaniu przedstawionego problemu aparat terminologiczny współczesnej kosmologii przyrodniczej, wprowadzić należy jako podstawowe pojęcie rozwinięcia Cauchy'ego (*Cauchy development*) aczasowego zbioru S w czasoprzestrzeni M. Przez zbiór aczasowy (zwany również semiprzestrzennopodobnym) rozumie się zbiór, w którym niemożliwe jest połączenie dwóch punktów przy pomocy krzywej czasowej [3]:

$$S_{\text{aczasowy}} \equiv I^{+}(S) \cap S = \emptyset$$

Rozpatrując zbiór zdarzeń w M, na które zdarzenia S mogą mieć wpływ w przyszłości, definiuje się przyszłe rozwiązanie Cauchy'ego, zwane również przyszłą dziedziną zależności zbioru S.

Przez przyszłe rozwinięcie Cauchy'ego zbioru S, $D^{+}(S)$ rozumie się zbiór punktów $p \in M$ takich, że każda skierowana w przeszłość i pozbawiona punktów końcowych od strony przeszłości krzywa nieprzestrzennopodobna wychodząca z p przecina zbiór aczasowy S.

Analogicznie wprowadza się pojęcie przeszłego rozwinięcia Cauchy'ego (przeszłej dziedziny zależności) zbioru S. Przez przeszłe rozwinięcie Cauchy'ego zbioru S, $D^{-}(S)$ rozumiany jest zbiór punktów

---

1 Augustynek, *Własności czasu*, Warszawa 1972, 118 n.

2 Przez pustospełnienie zasady rozumiane jest tu niespełnienie w badanym układzie fizycznym warunków określonych w poprzedniku implikacyjnego zapisu zasady. Zob. szerzej J. Such, *O uniwersalności praw nauki. Studium metodologiczne*, Warszawa 1972, 201—204; E. Nagel, *Struktura nauki. Zagadnienia logiki wyjaśnień naukowych*, Warszawa 1970, 61; J. Pelc, *Prawa nauki*, Warszawa 1957, 41.

3 W zapisie symbolicznym przez $I^{+}(S)$ — przyszłość zbioru S, rozumiany jest zbiór wszystkich punktów, które mogą być osiągnięte przez wyprowadzoną z S i ukierunkowaną w przyszłość krzywą czasową. Analogicznie definiuje się $I^{-}(S)$ — przeszłość S.

p ε M takich, że każda skierowana w przyszłość i pozbawiona punktów końcowych od strony przyszłości krzywa nieprzestrzennopodobna wychodząca z p przecina zbiór S.

Wykorzystując powyższe sformułowania definiuje się całkowite rozwinięcie Cauchy'ego zbioru S jako sumę rozwinięcia przeszłego i przyszłego.

$$D(S) = D^{+}(S) \cup D^{-}(S)$$

Sporadycznie można spotkać w literaturze kosmologicznej pewne rozbieżności terminologiczne dotyczące tych kwestii, gdyż powyższe definicje, przyjęte za S. W. Hawkingiem i G. F. R. Ellisem [4] różnią się nieco od sformułowań wprowadzonych początkowo przez R. Penrose'a [5] i R. P. Gerocha [6]. Różnica przejawia się w tym, iż przy definiowaniu $D^{+}(S)$ i $D^{-}(S)$ Geroch i Penrose mówią o krzywych czasowych, tam gdzie Hawking i Ellis odwołują się do krzywych nieprzestrzennopodobnych. Nie prowadzi to jednak do większych nieporozumień, gdyż między paralelnymi definicjami można określić prostą zależność:

$$D_{Hawk.}(S) = \bar{D}_{Ger.}(S)$$

Pytanie, jakie można postawić obecnie, nawiązując do optymistycznych nadziei Laplace'a, brzmi: W jakich warunkach cały zbiór przeszłych i przyszłych zdarzeń w M można połączyć przy pomocy krzywych nieprzestrzennopodobnych ze zbiorem aczasowym S?

Odpowiadając wstępnie przy pomocy przyjętego uprzednio zespołu terminów można stwierdzić, iż sytuacja taka zachodzi wtedy, gdy rozwinięcie Cauchy'ego zbioru S utożsamia się z całą czasoprzestrzenią M. Warunkiem obowiązywania zasady determistycznej interpretacji zjawisk jest więc równość D(S) = M. W przypadku zachodzenia takiej równości zbiór S określany jest mianem powierzchni Cauchy'ego (*Cauchy surface)* [7].

Pytanie o status badanej zasady sprowadza się do kwestii, czy w każdym modelu kosmologicznym musi występować powierzchnia Cauchy'ego· Wskazanie jakiegokolwiek modelu, w którym nie istnieje powierzchnia Cauchy'ego jest jednocześnie argumentem za ograniczoną tylko dziedziną stosowalności zasady deterministycznej interpretacji zjawisk.

2. Szukając odpowiedzi rozpatrzymy dla przykładu rozwinięcie S w rozwiązaniu Reissnera—Nordströma. Oczywistym jest, iż w przy-

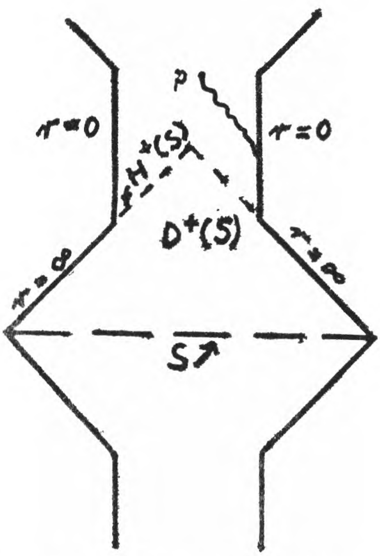
[4] S. W. Hawking, G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge 1973, 201 n.

[5] R. Penrose, *Structure of Space-Time*, w: Battelle Rencontres, ed. G. M. de Witt i J. A. Wheeler, New York 1968; *General Relativity Energy Flux and Elementary Optics*, w: Perspectives in Geometry and Relativity, ed. B. Hoffmann, Bloomington 1966, 259.

[6] R. P. Geroch, *Domain of Dependence*, „Ann. of Math. Phys.", 11 (1970) 437.

[7] *The Large Scale...*, 205.

padku tym nie zachodzi równość D(S) = M, gdyż dla pewnych punktów położonych odpowiednio daleko od S poprowadzone z nich nieprzestrzennopodobne krzywe nie przecinają S, lecz osiągają osobliwość w r = O. W przypadku tym nie istnieje powierzchnia Cauchy'ego. Istnieje natomiast horyzont Cauchy'ego, H(S) — aczasowy zbiór określający granicę rejonu, do którego można stosować predykcję lub postdykcję na podstawie znajomości danych dotyczących S.



$$H(S) = H^{+}(S) \cup H^{-}(S)$$

gdzie $H^{+}(S) = \bar{D}^{+}(S) - I^{-}[D^{+}(S)]$,

zaś $H^{-}(S) = \bar{D}^{-}(S) - I^{+}[D^{-}(S)]$

W rozwiązaniu Reissnera — Nordströma najdokładniejsze nawet dane dotyczące własności zbioru S są niewystarczające do określenia stanu układów znajdujących się na zewnątrz horyzontu Cauchy'ego. Zasada deterministycznej interpretacji zjawisk może więc być stosowana jedynie w obszarze D(S), nie zaś w całej czasoprzestrzeni M.

Przytoczony przypadek modelu Reissnera — Nordströma nie stanowi bynajmniej wyrafinowanego wyjątku. Analogiczne sytuacje występują także np. w modelach Gödla, Taub-NUT, Kerra, Weyla czy przestrzeniach anty — de Sitterowskich.

Co gorsza, w zasadzie niemożliwe jest rozstrzygnięcie na podstawie znajomości danych dotyczących jedynie zbioru S, czy S jest powierzchnią Cauchy'ego. Przebiegając podobnie we wstępnych fazach (blisko S), procesy ewolucyjne mogą w przypadkach odmiennych modeli prowadzić do zupełnie różnych następstw. Początkowe fazy ewolucji w rozwiązaniach Schwarzschilda i Reissnera — Nordströma przebiegają podobnie, a mimo to w pierwszym z tych przypadków występuje powierzchnia Cauchy'ego, w drugim zaś nie występuje. Stąd też nastrojony optymistycznie obserwator we wszechświecie Reissnera — Nordströma na podstawie danych obserwacyjnych dotyczących wczesnych stadiów ewolucji mógłby łatwo przypuszczać, iż znajduje się we wszechświecie z powierzchnią Cauchy'ego gdzie absolutnie wszystkie zdarzenia można przewidzieć, znając dane początkowe charakteryzujące S [8]

[8] Por. R. Geroch, *General Relativity in the Large*, „Gen. Relat. and Grav.", 2 (1971) 64.

*

Analizy zagadnienia rozwinięcia Cauchy'ego w modelach kosmologicznych można by kontynuować, wykazując np. równoważność warunku istnienia powierzchni Cauchy'ego oraz globalnej hyperboliczności [9], lub rozpatrując bliżej własności tej ostatniej. Dla sformułowanego we wstępie do niniejszego artykułu zagadnienia istotne są jednak wnioski już wyprowadzone. Wynika z nich, iż obok możliwości pustospełnienia zasady deterministycznej interpretacji zjawisk realna jest także możliwość naruszenia tej zasady. W przypadku takim znajomość wczesnych stadiów ewolucji układu nie upoważniałaby do orzekania ani o wcześniejszych, ani też o późniejszych stanach znajdujących się na zewnątrz rozwinięcia Cauchy'ego.

Obok problemów natury technicznej łączących się z niedoskonałością aparatury pomiarowej i trudnościami przeprowadzenia odnośnych obserwacji istnieją więc także problemy natury teoretycznej. Dopuszczając możliwość istnienia granic ekstrapolacji heurystycznie wartościowej zasady deterministycznej interpretacji zjawisk, uznać trzeba tym samym niedopuszczalność absolutyzacji tej zasady i traktowania jej jako niepodważalnego kryterium przy selekcji hipotez kosmologicznych.

CAUCHY DEVELOPMENT IN COSMOLOGY AND THE PRINCIPLE OF DETERMINISTIC INTERPRETATION

Summary

In the paper is considered the question under what conditions the entire space-time could be determined by initial data specified on an achronal set S. Notions of Cauchy development, Cauchy surface and Cauchy horizont are introduced to show that some versions of principles of determinism could be discarded. Consequently, the principle of deterministic interpretation, strongly supported by some Marxists, can be treated merely as a heuristic principle.

The autor wishes to express his gratitude to the Catholic University of America, Washington D. C., whose support made possible the preparation of this paper.

---

[9] Zob. *The Large Scale...*, 206.