Semina □ Nr 3
Scientiarum 2004

Komentarz do przypisów...

Krzysztof Wójtowicz, *Platonizm matematyczny. Studium filozofii matematyki Kurta Gödla*, OBI–Biblos, Krkaów–Tarnów, 2002, ss. 160.

Problem istnienia bytów abstrakcyjnych jest jednym z najstarszych i najbardziej podstawowych zagadnień filozoficznych. Zagadnienie to zostało postawione przez Platona dwadzieścia pięć wieków temu. Stawiając tezę realnego istnienia idei, niezależnych od świata fizycznego i ludzkich umysłów, Platon zainicjował spór znany w historii filozofii jako spór o uniwersalia.

Realistyczny pogląd Platona w kwestii istnienia powszechników był później krytykowany na bardzo wiele sposobów. Krytykę zapoczątkował już uczeń twórcy Akademii (Arystoteles, a kontynuowali ją średniowieczni nominaliści, a następnie przedstawiciele rozmaitych odmian pozytywizmu i materializmu. Mimo to platonizm wciąż ma wielu «wyznawców» i to wśród największych postaci myśli współczesnej.

Krzysztof Wójtowicz przedstawia w książce *Platonizm matematyczny*, wydanej przez Biblos w 2002 roku, poglądy filozoficzne jednego z dwudziestowiecznych platoników, Kurta Gödla. Książka składa się z ośmiu rozdziałów, w których autor charakteryzuje typ uprawianej przez Gödla filozofii (przede wszystkim rozdziały 1, 2, 4) i zestawia jego poglądy ze stanowiskami współczesnych mu myślicieli (rozdziały 3, 5, 6). Całość dopełnia krótka biografia Gödla i obszerna bibliografia.

Chociaż głównym przedmiotem swoich rozważań Wójtowicz czyni ontologię matematyki, poprzedza je przedstawieniem ogólnego światopogląd filozoficznego Gödla. Autor omawia Gödlowski program stworzenia całościowego systemu filozoficznego, zbudowanego na wzór systemów aksjomatycznych. Gödel uważał, że problemy filozoficzne są zasadniczo rozwiązywalne, a ich rozwiązanie otwiera drogę do stworzenia syntezy wyników nauk szczegółowych i dociekań czysto filozoficznych. Optymizm Gödla wiązał się z jego wizją metody filozoficznej. Nazywał ją „analizą treści pojęć". W tle tej wizji stało przekonanie «metafizyczne» o obiektywnym istnieniu obiektu tej analizy: rzeczywistości pojęć dostępnej specjalnej intuicji.

Dla czytelnika, któremu nazwisko „Gödel" kojarzy się wyłącznie z osiągnięciami na polu logiki i matematyki, to filozoficzne *credo* może być nie lada zaskoczeniem. Program Gödla jest bowiem programem bardzo śmiałym, jak na pełen na ogół pozytywistycznego sceptycyzmu i krytyki tradycyjnej metafizyki wiek dwudziesty.

Całościowy system filozoficzny, o którego stworzeniu marzył Gödel, nigdy niestety nie powstał. Ogólne założenia tego systemu znalazły jednak wyraz w refleksji Gödla nad istotą matematyki i nie pozostały bez wpływu na jego podejście do uprawiania nauk formalnych.

Stanowisko Gödla w filozofii matematyki zwykło się nazywać „platonizmem". Tym samym mianem określa się jednak także inne, często znacznie różniące się od siebie (a nieraz i mające niewiele wspólnego z poglądami samego Platona) doktryny filozoficzne. Wójtowicz w drugim rozdziale pracy charakteryzuje Gödlowską wersję *platonizmu matematycznego* następująco: „(1) Gödel uznaje istnienie obiektywnego, niezależnego od naszej działalności poznawczej uniwersum matematycznego. (2) Uniwersum to ma [według Gödla] bogatą strukturę [...]. (3) Możemy poznać to uniwersum i dążyć do jego pełniejszego opisu" (s. 42). Gödlowski platonizm *metafizyczny* Wójtowicz przeciwstawia platonizmowi *metodologicznemu.* W metafizycznej odmianie platonizmu założenie, że pojęcia i liczby istnieją niezależnie od umysłu ludzkiego i od świata materialnego, nie jest jedynie (jak dla platoników metodologicznych (zabiegiem czysto heurystycznym.

Z platonistyczną wizją ontologii matematyki wiąże się ściśle Gödlowska wizja epistemologii (rozdział czwarty). Podstawowym narzędziem poznania matematycznego jest, jak już wspominano, intuicja, tj. specyficzny sposób obcowania z bytami matematycznymi i — ogólnie — pozaempirycznymi. Intuicja jest dla bytów abstrakcyjnych tym, czym poznanie zmysłowe dla świata fizycznego — środkiem poznania bezpośrednim, ale i zawodnym. I w matematyce bowiem możemy błądzić, ale też i korygować błędne rezultaty poznania.

„Drugim filarem" wiedzy matematycznej jest u Gödla „owocność aksjomatów i ich przydatność w rozwiązywaniu problemów" (s. 70): to, w jakim stopniu mogą one przyczynić się do rozwoju matematyki (uproszczenia dowodów, znalezienia nowych metod heurystycznych itd.).

Wydobyciu swoistych cech Gödlowskiej filozofii matematyki służy zestawienie poglądów Gödla ze stanowiskami innych współczesnych mu myślicieli zajmujących się podobną problematyką. Rozdział trzeci dotyczy w szczególności relacji platonizmu matematycznego do koncepcji przedstawicieli pozytywizmu logicznego. Gödel sprzeciwia się — proponowanym m.in. przez młodego Carnapa — czysto syntaktycznym interpretacjom matematyki. Zdania matematyki są według Gödla (a wbrew neopozytywistom (zdaniami analitycznymi, a matematyka to nie dziedzina operacji na bezsensownych symbolach. Wójtowicz zwraca uwagę na zasadniczą różnicę w pojmowaniu „analityczności" przez Gödla i przez Carnapa. Zdania analityczne w ujęciu neopozytywistów są właśnie pozbawionymi treści tautologiami, gdy tymczasem według Gödla — analityczne prawdy wypływają z analizy treści obiektywnie istniejących pojęć

W rozdziale piątym Wójtowicz zestawia poglądy „metafizyka" Gödla ze stanowiskiem „instrumentalisty" Hilberta. Hilbert i Gödel podzielają pogląd o obiektywności wiedzy matematycznej i obaj są optymistami (uważają, że matematyczne problemy są rozwiązywalne), różnią się jednak zasadniczo co do tego, jaka ma być «strategia» rozwiązywania tych problemów. Według Hilberta, sposobem na usunięcie pojawiających się w podstawach matematyki paradoksów i ugruntowanie jej pewności jest jej finitystyczna aksjomatyzacja i dowiedzenie niesprzeczności za pomocą metod czysto formalnych. Gödel nie uważał za konieczne przyjmowanie ograniczeń finitystycznych proponowanych przez Hilberta. Stanowisko Gödla jest realistyczne w stosunku do całości matematyki, także jej części infinitystycznej. Gödel, jako realista, nie utożsamiał prawdziwości z dowodliwością formalną. Bywa bowiem, że prawda wymyka się procedurom dowodowym. Potwierdzenie tego faktu znalazł, dowodząc niezupełności arytmetyki.W rozdziale szóstym Wójtowicz zestawia poglądy Gödla z tzw. argumentem z niezbędności Quine'a. Punktem wyjścia poglądów Quine'a na temat odniesienia przedmiotowego matematyki jest założenie, że skoro istnieją te obiekty, o których mówi się w naukach empirycznych, to wystarczy wykazać, że matematyka jest niezbędną częścią tych nauk, żeby mieć podstawy do zajęcia stanowiska realizmu matematycznego. W holistycznym ujęciu wiedzy Quine'a niknie jakościowa różnica między prawdami analitycznymi a syntetycznymi, czyli także między tezami matematyki a zdaniami wyprowadzanymi z doświadczenia. Realizm Quine'owski obchodzi się w ten sposób bez postulowania jakichś odrębnych obiektów matematycznych. Gödel natomiast, choć nie umniejsza roli matematyki w opisie fizycznego świata, uznaje świat obiektów matematycznych za samodzielne uniwersum badań. O ile dla Quine'a matematyka to przede wszystkim nauka stosowana (a więc integralna część teorii fizycznych), o tyle dla Gödla «prawdziwa» matematyka to matematyka czysta.

Ostatnim zagadnieniem omawianym przez Wójtowicza są «zmagania» Gödla z hipotezą *continuum* (rozdział siódmy). Ten chyba najciekawszy rozdział książki pokazuje, w jaki sposób ogólne poglądy filozoficzne Gödla odzwierciedlały się w sposobie rozwiązywania konkretnych problemów matematycznych. Gödel dowiódł niezależności postawionej przez Cantora hipotezy. Jednakże jego filozoficzne przekonanie o obiektywności prawd matematycznych i istnieniu matematycznego uniwersum kazało mu na tym nie poprzestać. Jako realista wierzył bowiem w możliwość rozstrzygnięcia pytania o prawdziwość tej hipotezy. Inna sprawa, że mimo długotrwałych starań, nie udało się Gödlowi tej możliwości zrealizować.

Jak wspomina Wójtowicz, Gödlowskie rozważania nad hipotezą *continuum* i — ogólniej — zdaniami niezależnymi zaowocowały sformułowaniem przez Gödla «programu» poszukiwania aksjomatów dla teorii matematycznych. Program ten, nazwany imieniem twórcy, a postulujący nową metodę rozstrzygania otwartych problemów matematycznych, jest obecnie realizowany z powodzeniem między innymi w ramach tzw. matematyki odwrotnej

Książka Wójtowicza jest godną polecenia lekturą zarówno dla filozofów, jak i dla matematyków. Pozwala spojrzeć na postać Gödla z niecodziennej perspektywy i w nowym świetle stawia jego dokonania matematyczne. Nasuwają mi się tylko dwie uwagi krytyczne. Pierwsza uwaga dotyczy zbyt stereotypowego przedstawienia poglądów zarówno Hilberta, jak i logicznych pozytywistów. To instrumentalne ich potraktowanie można jednak usprawiedliwić. Dokładna analiza wymienionych doktryn wymagałaby znacznie obszerniejszych wywodów, przez co praca straciłaby na spójności. Druga uwaga dotyczy kompozycji całości książki. Jak pisze autor w przedmowie, książka powstała na podstawie kilku wcześniej publikowanych artykułów. Ma to swoje dobre i złe strony. Do dobrych należy to, że poszczególne rozdziały można czytać jako oddzielne, niezależne od reszty eseje. Strona zła ujawnia się podczas czytania książki «od deski do deski». Ma się wtedy wrażenie, że autor niepotrzebnie wraca do rozważanych już wcześniej kwestii.

Whitehead napisał kiedyś, że cała filozofia zachodnia to przypisy do Platona. Jeśli tak byłoby rzeczywiście, to „Platonizm matematyczny" można nazwać „komentarzem do przypisów". Nie jest to jednak bynajmniej określenie pojoratywne. Nie rozstrzygając, czy Whitehead miał rację, przyznajmy że zadziwiająca jest aktualność pytań stawianych przez Platona, a jeszcze bardziej — wielu udzielanych przez niego odpowiedzi. Obecność platońskich wątków u tak wielu współczesnych myślicieli, do których należał i Gödel, stanowi uzasadnienie tezy, że wielka filozofia nigdy się nie dezaktualizuje. Książka Wójtowicza o tym przypomina i skłania do refleksji nad starymi, choć wciąż istotnymi pytaniami metafizyki.

Anna Brożek